

## 圆

### 一、圆的定义：

- (1) 描述性定义：在一个平面内，线段 $OA$ 绕它固定的一个端点 $O$ 旋转一周，另一个端点 $A$ 随之旋转所形成的图形叫做圆，其中固定端点 $O$ 叫做圆心， $OA$ 叫做半径.
- (2) 集合性定义：平面内到定点的距离等于定长的点的集合叫做圆，顶点叫做圆心，定长叫做半径.
- (3) 圆的表示方法：通常用符号 $\odot$ 表示圆，定义中以 $o$ 为圆心， $OA$ 为半径的圆记作“ $\odot o$ ”，读作“圆 $o$ ”.
- (4) 同圆、同心圆、等圆：圆心相同且半径相等的圆叫同圆；圆心相同，半径不相等的两个圆叫做同心圆；能够重合的两个圆叫做等圆.

注意：注意：同圆或等圆的半径相等.

(补充) ①、垂直平分线：垂直平分线上的点，到线段两端点的距离相等

到线段两端点的距离相等的点，在线段的垂直平分线上

②、角的平分线：角平分线上的点，到角两边距离相等

到角两边距离相等的点，在线段的角平分线上

### 二. 相关概念：

①弧：圆上任意两点之间的部分。弧的大小的两种表示：  
弧长与弧度。

②半圆：圆的任一条直径的两个端点把圆分成两条弧，

每一条弧都叫做半圆。

劣弧：小于半圆的弧叫做劣弧

优弧：大于半圆的弧叫做优弧

等弧：在同圆或等圆中，能够互相重合的弧

弦：连接圆上任意两点的线段；经过圆心的弦叫做直径

等圆：能够重合的两个圆；同圆或等圆半径相等

同心圆：圆心相同，半径不同的两个圆

弦心距：圆心到圆的一条弦的距离

圆心角：顶点在圆心的角叫做圆心角。将整个圆分为 $360$ 等份，每一份的弧对应 $1^\circ$ 的圆心角，我们也称这样的弧为 $1^\circ$ 的弧。圆心角的度数和它所对的弧的度数相等。

圆周角：顶点在圆上，并且两边都和圆相交的角叫做圆周角

弓形：由弦及其所对的弧组成的图形叫做弓形，弦的中点和所对弧中点的连线叫做弓形的高

### 三、点与圆的位置关系

#### 1. 确定圆的条件

圆心(定点)，确定圆的位置；

半径(定长)，确定圆的大小。

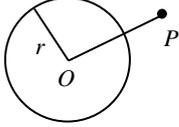
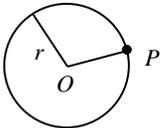
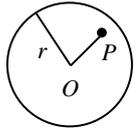
注意：只有当圆心和半径都确定时，圆才能确定。

#### 2. 点与圆的位置关系

点与圆的位置关系有：点在圆上、点在圆内、点在圆外三种，

这三种关系由这个点到圆心的距离与半径的大小关系决定.

设 $\odot O$ 的半径为 $r$ , 点 $P$ 到圆心 $O$ 的距离为 $d$ , 则有: 点在圆外 $\Leftrightarrow d > r$ ; 点在圆上 $\Leftrightarrow d = r$ ; 点在圆内 $\Leftrightarrow d < r$ . 如下表所示:

位置关系	图形	定义	性质及判定
点在圆外		点在圆的外部	$d > r \Leftrightarrow$ 点 $P$ 在 $\odot O$ 的外部.
点在圆上		点在圆周上	$d = r \Leftrightarrow$ 点 $P$ 在 $\odot O$ 的外部.
点在圆内		点在圆的内部	$d < r \Leftrightarrow$ 点 $P$ 在 $\odot O$ 的外部.

#### 四、圆的对称性:

圆是轴对称图形, 其对称轴是任意一条\_\_\_\_\_的直线;

圆是中心对称图形, 对称中心为\_\_\_\_\_.

一个圆绕着它的圆心旋转任意一个角度, 都能与原来的圆重合, 这说明圆具有旋转不变性

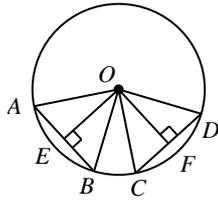
圆具有无数条对称轴, 一个对称中心

#### 五、圆心角定理

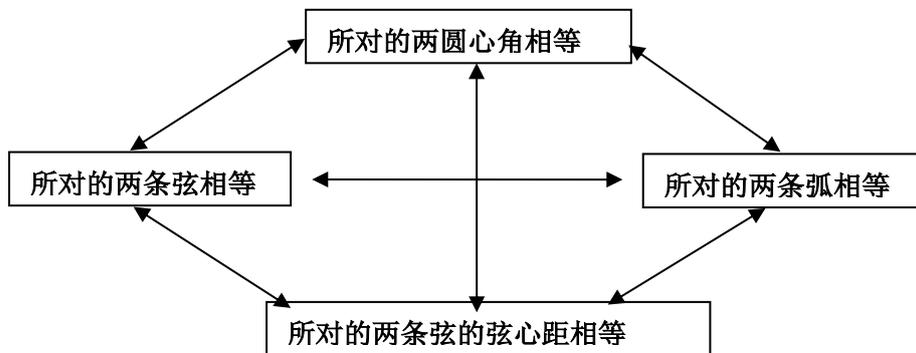
##### 1. 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系

(1) 定理: 在同圆或等圆中, 相等的圆心角所对的弧相等, 所对的

弦相等，所对的弦的弦心距相等



(2) 推论：在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦或两条弦的弦心距中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量分别相等。

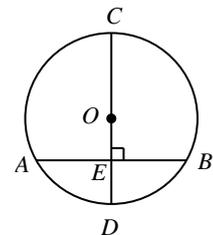


**注意：**

①前提条件是在同圆或等圆中；

②在由等弦推出等弧时应注意：优弧与优弧相等；劣弧与劣弧相等

## 2. 垂径定理



(1) 定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧。

(2) 推论 1:

①平分弦（非直径）的直径，垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧.

②弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧.

③平分弦所对的一条弧的直径，垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧.

(3) 推论 2: 圆的两条平行线所夹的弧相等.

注意: 若“过圆心的直线”、“垂直于弦”、“平分弦（非直径）”、“平分弦所对的优弧”、“平分弦所对的劣弧”中的任意两个成立，则另外三个都成立.

注意: 应用垂径定理与推论进行计算时，往往要构造如右图所示的直角三角形，根据垂径定理与勾股定理有： $r^2 = d^2 + (\frac{a}{2})^2$ ，根据此公式，在  $a$ ， $r$ ， $d$  三个量中知道任何两个量就可以求出第三个量.

